Приложение № 1

Чтобы найти корни кубического уравнения, необходимо сделать несколько шагов и сделать несколько замен переменной.

$h^3 + a \times h^2 + b \times h + c = 0$

$h = y + k$ и $k = \frac{-a}{3}$ первая замена переменной

$y^3 + p \times y + q = 0$ где

$p = b - \frac{a^2}{3}$

$q = 2 \times \frac{a^3}{27} - \frac{a \times b}{3} + c$

$y = u + v$ и $u \times v = -\frac{p}{3}$ вторая замена переменной, тогда

$u^3 + v^3 + q = 0$

$u^3 \times v^3 = \frac{-p^3}{27}$

Тогда u^3 и v^3 корни (t1, t2) квадратного уравнения:

$t^2 + t \times q - \frac{p^3}{27} = 0$

его дискриминант равен $D = \frac{q^2}{4} + \frac{p^3}{27}$, это дискриминант кубического полинома.

Во всех рассмотренных нами случаях дискриминант кубического уравнения был отрицательным, поэтому для нахождения корней нам нужно использовать комплексное число:

$a + i \times b = r \times (\cos(\varphi) + \mathrm{i} \times \sin(\varphi))$

где «i» — мнимая единица.

Теорема. В случае D< 0 действительные корни многочлена $y^3 + p \times y + q = 0$ даются формулами:

$y1 = 2 \times \sqrt{\frac{-p}{3}} \times \cos\left(\frac{\varphi}{3}\right)$

$y2 = 2 \times \sqrt{\frac{-p}{3}} \times \cos\left(\frac{\varphi}{3} + 2 \times \frac{\pi}{3}\right)$

$y3 = 2 \times \sqrt{\frac{-p}{3}} \times \cos\left(\frac{\varphi}{3} + 4 \times \frac{\pi}{3}\right)$

где π=3.14…,

$\varphi = \arccos\left(3 \times q \times \frac{\sqrt{-3 \times p}}{2 \times p}\right)$.

Искомое **h** связано с **y** соотношением: $h = y - \frac{a}{3}$