

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова
Химический факультет

УТВЕРЖДАЮ

И.о. декана химического факультета, профессор РАН



/С.С. Карлов/

«30» августа 2025 г.

ОЦЕНОЧНЫЕ И МЕТОДИЧЕСКИЕ МАТЕРИАЛЫ (ФОС)
для оценивания результатов обучения по дисциплине (модулю)
Математический анализ

Уровень высшего образования:

Бакалавриат

Направление подготовки (специальность):

04.05.01 Фундаментальная и прикладная химия

Направленность (профиль) ОПОП:

Аналитическая химия, Биохимия и биотехнология, Медицинская химия,
Молекулярная биология и биоорганическая химия, Нефтехимия, Органическая
химия, Радиохимия, Теория и методика обучения химии, Физическая химия,
Химия неорганических веществ и материалов, Химия и технология
композиционных и полимерных материалов, Экологическая химия
и экоадаптивные технологии

Форма обучения:

очная

ФОС рассмотрен и одобрен
Учебно-методической комиссией факультета
(протоколы №16 от 07.06.2023, №23 от 25.03.2025 г.)

Москва 2025

Фонд оценочных средств соответствует требованиям самостоятельно установленного МГУ образовательного стандарта (ОС МГУ) для реализуемых основных профессиональных образовательных программ высшего образования по направлению подготовки / специальности **04.05.01 «Фундаментальная и прикладная химия» (программа бакалавриата), утвержденного приказом МГУ от 29 декабря 2018 года № 1770 (с изменениями по приказу № 1109 от 11.09.2019, № 609 от 10 июня 2021 года, № 700 от 29 мая 2023 года, № 1108 от 30 августа 2024 года, № 476 от 07 апреля 2025 года, решения Ученого совета МГУ от 25 апреля 2023 года).**

ФОС рассмотрены и одобрены Учебно-методической комиссией факультета на основании рекомендаций Учебно-методической комиссии механико-математического факультета (кафедра математического анализа).

1. Перечень компетенций с указанием этапа их формирования в процессе освоения образовательной программы

Индикаторы достижения	Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю)
ОПК-4 (на уровне специалитета). Способен создавать математические модели профессиональных задач, учитывать ограничения и границы применимости моделей, интерпретировать полученные математические результаты	
ОПК-4.1 Предлагает математические и (или) физические модели химических процессов	Знать: основные понятия и теоремы математического анализа Уметь: решать задачи математического анализа, используя эти основные понятия;
ОПК-4.2 Грамотно интерпретирует математические результаты расчета характеристик (свойств, параметров) химических объектов	Владеть: аппаратом дифференциального и интегрального исчисления функций одной и нескольких переменных
ОПК-6 (на уровне специалитета). Способен использовать в профессиональной деятельности теоретические знания и практические навыки решения математических и физических задач	
ОПК-6.1. Использует базовые знания в области математики и физики при планировании работ химической направленности	Иметь опыт решения типовых математических задач, в том числе, имитирующих реальные проблемы, с которыми приходится сталкиваться в практике химических исследований

2. Оценочные средства для текущего контроля и самостоятельной работы

2.1. Текущий контроль (не менее 10 заданий)

Примерный список вопросов для проведения текущей аттестации.

1 семестр

Раздел «Введение в анализ» – построение эскизов графиков функций.

Раздел «Предел и непрерывность» – вычисление пределов последовательности, функции, исследование функций на непрерывность.

Раздел «Дифференциальное исчисление функций одной переменной» – вычисление производных, дифференциалов, вычисление пределов по правилу Лопиталя и с использованием формулы Тейлора, построение графиков функций с исследованием, решение практических задач на экстремум.

2 семестр

Раздел «Неопределённый интеграл» – вычисление неопределённых интегралов, используя табличные интегралы, сведение к интегралу от рациональной функции, методы замены переменной и интегрирования по частям.

Раздел «Определённый интеграл» – вычисление определённых интегралов и прикладных задач, сводящихся к интегралу.

Раздел «Несобственный интеграл» – вычисление несобственных интегралов и установление их сходимости.

Раздел «Функции нескольких переменных» – вычисление частных производных, дифференциалов. Исследование функций на экстремум.

Вычисление производных неявно заданных функций и условных экстремумов.

3 семестр

Раздел «Числовые ряды» – исследование сходимости ряда, исследование ряда на абсолютную или условную сходимость.

Раздел «Функциональные ряды» – исследование равномерной сходимости функциональной последовательности, ряда. Нахождение сумм рядов. Разложение функций в тригонометрический ряд Фурье.

Раздел «Степенные ряды» – определение радиуса и области сходимости степенного ряда. Разложения функций в степенные ряды.

Нахождение сумм рядов.

Раздел «Дифференциальные уравнения» – решение уравнений с разделяющимися переменными, однородных уравнений, уравнений в полных дифференциалах, линейных уравнений. Понижение порядка уравнения. Линейные однородные уравнения произвольного порядка с постоянными коэффициентами. Линейные неоднородные уравнения с постоянными коэффициентами.

4 семестр

Раздел «Двойной и тройной интегралы» – расстановка пределов интегрирования, использование полярных, цилиндрических и сферических координат при вычислении интегралов.

Раздел «Криволинейные и поверхностные интегралы» – вычисление криволинейных интегралов первого и второго типа, использование формулы Грина. Вычисление поверхностных интегралов первого и второго типа. Использование формул Гаусса – Остроградского и Стокса.

Раздел «Элементы теории поля» – вычисление градиентов, дивергенции, ротора, потоков, циркуляций в задачах, связанных с теорией поля.

2.2. Самостоятельная работа (примеры домашних заданий)

1 семестр

1. Вычислить предел $\lim_{x \rightarrow 0} (1 + \sin x)^{\frac{1}{x}}$.
2. Исследовать на непрерывность функцию $y = e^{\frac{1}{x+1}}$.
3. Вычислить производную функции $y = x^{\sqrt{x}} + \operatorname{arctg}(\ln x) + \ln(\operatorname{arctg} x)$.
4. Написать уравнение касательной и нормали к кривой $y = x^3 + x^2 - 4x - 3$ в точке $(-2; 5)$.
5. Построить график функции $y = \frac{8}{x\sqrt{x^2 - 4}}$ с полным исследованием.

2 семестр

1. Найти интеграл $\int \ln x dx$.
2. Вычислить интеграл $\int_0^{\frac{\pi}{2}} (\sin t)^3 dt$.
3. Исследовать сходимость интеграла $\int_0^{\infty} \frac{xdx}{\sqrt{x^5+1}}$.
4. Найти $d^2(e^{xyz})$.
5. Найти экстремумы функции $z = e^{x-y}(x^2 - 2y^2)$
6. Найти экстремум функции $z = x + 2y$ при условии $x^2 + y^2 = 5$.

3 семестр

1. Сходится ли ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \ln \frac{n^2+1}{n^2}$?
2. Сходится ли ряд $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \sin \frac{1}{\sqrt{n}}$?
3. Найти область сходимости ряда $\sum_{n=1}^{\infty} 2^{n-1} \frac{x^{2n-1}}{(4n-3)^2}$.
4. Разложить \sqrt{x} в ряд по степеням $(x-4)$.
5. Разложить в ряд Фурье в интервале $(-\pi, \pi)$ функцию $\sin ax$.
6. Решить уравнение $xy' + y = e^x$.
7. Указать вид частного решения уравнения $y'' + 2y' + y = e^{2x}$.

4 семестр

1. Вычислить $\iint_D \sqrt{a^2 - x^2 - y^2} dx dy$, где D ограничена кривой $(x^2 + y^2)^2 = a^2(x^2 - y^2)$, $x \geq 0$.
2. Вычислить объём тела, ограниченного поверхностями, заданными уравнениями: $z = x + y$, $z = xy$, $x + y = 1$, $x = 0$, $y = 0$.

3. Преобразовать интеграл $\int_0^{2a} dx \int_{-\sqrt{2ax-x^2}}^{\sqrt{2ax-x^2}} dy \int_0^{\sqrt{4a^2-x^2-y^2}} dz$ к цилиндрическим координатам и вычислить.
4. Вычислить $\int_C y^2 ds$, где $C: x=a(t-\sin t), y=a(1-\cos t), 0 \leq t \leq 2\pi$.
5. Вычислить $\int_C (y-z)dx + (z-x)dy + (x-y)dz$, где $x=a \cos t, y=a \sin t, z=bt, 0 \leq t \leq 2\pi$.
6. Найти площадь фигуры, ограниченной кривой $x=a(\cos t)^3, y=a(\sin t)^3, 0 \leq t \leq 2\pi$.
7. Вычислить $\iiint_S yz dy dz + xz dz dx + xy dx dy$, где S – внешняя сторона тетраэдра, ограниченного плоскостями $x=0, y=0, z=0, x+y+z=a$.
8. Вычислить $\oint_C (y+z)dx + (z+x)dy + (x+y)dz$, где C – окружность $x^2+y^2+z^2=a^2, x+y+z=0$.
9. Имеет ли потенциал векторное поле: $\vec{F} = yz\vec{i} + zx\vec{j} + xy\vec{k}$?

3. Оценочные средства для промежуточной аттестации

Примерный перечень задач к зачёту:

1 семестр

1. Вычислить предел $\lim_{x \rightarrow 0} (1 + \arcsin 2x)^{-\frac{1}{x}}$.
2. Исследовать на непрерывность функцию $y = \begin{cases} a, & \text{при } x=0 \\ \frac{1-e^{x^2}}{\log_7(1+5x^2)}, & \text{при } x \neq 0. \end{cases}$
3. Вычислить производную функции $y = x^{\sin x} + \ln(\operatorname{arctg} x)$.
4. Написать уравнение касательной и нормали к кривой $y = 2x^3 + 3x^2 - 4x - 6$ в точке $(-1; -1)$.
5. Построить график функции $y = \frac{\ln x}{\sqrt{x}}$.

Примерный перечень задач к зачёту:

3 семестр

1. Сходится ли ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \sin \frac{1}{n^2}$?
2. Сходится ли ряд $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{\ln n}{n}$?
3. Найти область сходимости ряда $\sum_{n=1}^{\infty} 2^n \sin \frac{x}{3^n}$.
4. Разложить e^x в ряд по степеням $(x+2)$.
5. Разложить в ряд Фурье в интервале $(-\pi, \pi)$ функцию x^2 .
6. Решить уравнение $y' + 2 \frac{y}{x} = x^3$.
7. Указать вид частного решения уравнения $y'' - 4y = x^2 e^x$.

3.2. Вопросы к экзамену

1 семестр

1. Множества и операции над ними.
2. Отображения и их свойства.
3. Множество действительных чисел. Аксиома отделимости.
4. Верхние и нижние грани. Стягивающиеся отрезки.
5. Предельные точки.
6. Предел последовательности. Бесконечно малые последовательности. Арифметические свойства предела.
7. Предельный переход в неравенствах. Предел монотонной ограниченной последовательности.
8. Число e .
9. Критерий Коши существования предела последовательности.
10. Непрерывность функции. Свойства непрерывных функций.
11. Определение предела функции, арифметические свойства предела, предельный переход в неравенствах.
12. Вычисление $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x}$.
13. Предел монотонной ограниченной функции. Непрерывность элементарных функций.

14. Символы o , O . Вычисление пределов $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+x)}{x}$, $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{a^x - 1}{x}$, $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(1+x)^\mu - 1}{x}$.
15. Промежуточные значения непрерывной на отрезке функции.
18. Ограниченность непрерывной на отрезке функции.
19. Равномерная непрерывность. Теорема Кантора.
20. Производная, её естественнонаучный смысл и основные свойства.
21. Производные элементарных функций, обратной функции, сложной функции.
22. Производные параметрически заданной функции, неявно заданной функции.
23. Дифференциал. Инвариантность формы первого дифференциала.
24. Производные и дифференциалы высших порядков.
25. Теоремы Ферма, Ролля. Необходимые условия экстремума.
26. Теоремы Лагранжа и Коши. Критерий постоянства функции на отрезке.
27. Формула Тейлора с остаточным членом в форме Лагранжа.
28. Формула Тейлора с остаточным членом в форме Пеано.
29. Разложения функций e^x , $\sin x$, $\cos x$, $\ln(1+x)$, $(1+x)^\mu$.
30. Правила Лопиталя.
31. Монотонность функции. Достаточные условия экстремума функции.
32. Выпуклость графика функции.

Вопросы к экзамену

2 семестр

1. Неопределённый интеграл и его основные свойства. Таблица неопределённых интегралов.
2. Подведение под знак дифференциала. Интегрирование по частям.
3. Интегрирование рациональных функций.
4. Бимолекулярная реакция.
5. Интегрирование некоторых иррациональных функций и некоторых тригонометрических функций.
6. Площадь плоской фигуры. Определённый интеграл.
7. Суммы Дарбу и их свойства.
8. Критерий интегрируемости.
9. Интегрируемость монотонной функции. Интегрируемость непрерывной функции.
10. Свойства определённого интеграла.
11. Интеграл с переменным верхним пределом.
12. Вычисление определённых интегралов.
13. Приложения интеграла: объём тела.

14. Приложения интеграла: длина дуги кривой и площадь поверхности вращения.

15. Несобственные интегралы и обобщение понятия площади плоской фигуры. Сходимость интегралов $\int_1^{+\infty} \frac{dx}{x^p}, \int_0^1 \frac{dx}{x^q}$.

16. Теоремы о сравнении для несобственных интегралов от неотрицательных функций.

17. Абсолютно сходящиеся интегралы. Условно сходящиеся интегралы.

18. Пространство \mathbb{R}^n , множества в нём.

19. Функции, отображения, их пределы и непрерывность.

20. Дифференцируемость функций нескольких переменных. Частные производные.

21. Достаточные условия дифференцируемости функции.

22. Дифференциал. Производная сложной функции. Инвариантность формы первого дифференциала.

23. Касательная плоскость и нормаль к поверхности.

24. Производная по направлению. Градиент.

25. Производные и дифференциалы высших порядков.

26. Формулы Тейлора.

27. Экстремумы функций нескольких переменных.

28. Неявная функция.

29. Система неявных функций (без доказательства)

30. Условный экстремум.

Вопросы к экзамену

3 семестр

1. Числовые ряды. Критерий Коши сходимости рядов. Свойства сходящихся рядов.

2. Ряды с неотрицательными членами. Теоремы сравнения. Признаки Даламбера, Коши. Признак Гаусса (без доказательства).

3. Интегральный признак сходимости. Сходимость ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^p}$.

4. Абсолютная сходимость. Свойства абсолютно сходящихся рядов.

5. Условная сходимость. Теорема Лейбница.

6. Равномерная сходимость функциональной последовательности, ряда. Признак Вейерштрасса.

7. Непрерывность суммы равномерно сходящегося ряда из непрерывных функций. Почленное интегрирование и дифференцирование ряда.

8. Степенные ряды. Радиус сходимости. Непрерывность суммы. Почленное интегрирование и дифференцирование ряда.

9. Разложение элементарных функций в степенные ряды.

10. Ортогональные системы функций. Тригонометрические ряды Фурье. Теорема о сходимости тригонометрического ряда (без доказательства).
11. Дифференциальные уравнения первого порядка. Уравнение $y' = f(x, y)$. Теорема о существовании и единственности решения задачи Коши (без доказательства). Уравнения с разделяющимися переменными, однородные уравнения. Простейшие дифференциальные уравнения химической кинетики. Уравнения вида $y' = f\left(\frac{ax + by + c}{kx + ly + m}\right)$.
12. Линейное дифференциальное уравнение первого порядка. Уравнение Бернулли.
13. Уравнения в полных дифференциалах. Уравнения, не разрешённые относительно производной. Уравнение Лагранжа, уравнение Клеро.
14. Дифференциальные уравнения n -го порядка. Задача Коши для уравнения $y^{(n)} = f(x, y, y', \dots, y^{(n-1)})$. Понижение порядка дифференциального уравнения.
15. Линейные дифференциальные уравнения n -го порядка. Свойства линейного однородного дифференциального уравнения n -го порядка.
16. Линейная зависимость функций. Определитель Вронского.
17. Фундаментальная система решений линейного однородного дифференциального уравнения n -го порядка.
18. Линейные неоднородные дифференциальные уравнения n -го порядка. Принцип суперпозиции решений. Метод вариации постоянных.
19. Линейное однородное дифференциальное уравнение n -го порядка с постоянными коэффициентами. Характеристическое уравнение. Общее решение.
20. Метод неопределённых коэффициентов для нахождения частного решения линейного неоднородного дифференциального уравнения n -го порядка с постоянными коэффициентами.

Вопросы к экзамену

4 семестр

1. Двойной интеграл, его основные свойства.
2. Вычисление двойного интеграла.
3. Двойной интеграл в полярных координатах. Вычисление интеграла $\int_0^{+\infty} e^{-x^2} dx$.
4. Тройной интеграл, его основные свойства. Вычисление тройного интеграла.
5. Тройной интеграл в цилиндрических и сферических координатах.
6. Криволинейный интеграл 1-го типа.
7. Криволинейный интеграл 2-го типа.

8. Формула Грина.
9. Условия независимости криволинейного интеграла от формы пути на плоскости.
10. Признак полного дифференциала на плоскости.
11. Площадь поверхности, заданной явным уравнением.
12. Интегралы по поверхности 1-го типа.
13. Двусторонние поверхности. Интегралы по поверхности 2-го типа
14. Формула Гаусса – Остроградского. Её векторная запись.
15. Формула Стокса. Её векторная запись.
16. Скалярные и векторные поля, определение и основные свойства grad , div , rot , потока и циркуляции векторного поля.
17. Соленоидальное поле. Векторная трубка в нём. Потенциальное поле. Гармоничное поле.

3.3. Описание показателей и критериев оценивания

Шкала оценивания знаний, умений и навыков является единой для всех дисциплин (приведена в таблице ниже)

ШКАЛА И КРИТЕРИИ ОЦЕНИВАНИЯ РЕЗУЛЬТАТА ОБУЧЕНИЯ по дисциплине (модулю)				
Оценка	2	3	4	5
Результат				
Знания	Отсутствие знаний	Фрагментарные знания	Общие, но не структурированные знания	Сформированные систематические знания
Умения	Отсутствие умений	В целом успешное, но не систематическое умение	В целом успешное, но содержащее отдельные пробелы умение (допускает неточности неприципиального характера)	Успешное и систематическое умение
Навыки (владения)	Отсутствие навыков	Наличие отдельных навыков	В целом, сформированные навыки, но не в активной форме	Сформированные навыки, применяемые при решении задач

Критерии оценивания устного ответа на экзамене

Критерии оценки	Характеристика требований к результатам аттестации
Полнота знаний программного материала	Обучающийся дал полный и правильный ответ, который изложен в определенной логической последовательности. Правильно и полно давал ответы на дополнительные вопросы ИЛИ допустил незначительные ошибки.
	Обучающийся продемонстрировал достаточную полноту знаний, при наличии несущественных неточностей, ответ изложен в логической последовательности. При ответе на дополнительные вопросы допустил

	незначительные ошибки. Обучающийся продемонстрировал фрагментальные знания и допускает неточности в определении понятий. При ответах на дополнительные вопросы допускал ошибки. Обучающийся продемонстрировал незнание значительной части материала. Не смог дать ответы на дополнительные вопросы.
Системность и обобщенность знаний	Обучающийся продемонстрировал полное понимание материала, изложение материала системное, раскрыл вопрос с опорой на аргументы, которые сформулированы четко
	Обучающийся продемонстрировал достаточно глубокое понимание материала, изложение материала системное, приводятся е связанные между собой и другими компонентами аргументации понятия или положения
	Обучающийся допустил ошибки, нарушил системность изложения материала, использовал определения, положения и выводы, не связанные непосредственно с раскрываемым вопросом
	Обучающийся продемонстрировал непонимание материала, не смог обосновать свои суждения и привести свои примеры
Корректность употребления терминологического аппарата дисциплины	Обучающийся продемонстрировал хорошее знание терминов дисциплины, корректность их употребления при ответах на вопросы, в том числе дополнительные.
	Обучающийся продемонстрировал знание основных терминов дисциплины. Допущено не более 2–3-х ошибок в употреблении терминов при ответах на вопросы, в том числе дополнительные
	Обучающийся продемонстрировал знание основных терминов дисциплины. Допущено некорректное их употребление при ответах на вопросы.
	Обучающийся продемонстрировал незнание основных терминов дисциплины. Допущены серьезные ошибки при их употреблении в ответах на вопросы
Самостоятельные оценочные суждения	Обучающийся продемонстрировал способность обосновывать и излагать свои оценочные суждения, доказывать, отстаивать свою точку зрения
	Обучающийся продемонстрировал способность излагать свои оценочные суждения, доказывать, отстаивать свою точку зрения
	Обучающийся продемонстрировал умение излагать свои оценочные суждения, неубедительно доказывает свою точку зрения
	Обучающийся не продемонстрировал умение излагать свои оценочные суждения, не доказывает и не отстаивает свою точку зрения

Соответствие оценок и критериев ответа на экзамене

Оценка	Характеристика требований к результатам аттестации
«Отлично»	Теоретическое содержание освоено полностью без пробелов, системно и глубоко.

	Необходимые умения и практические навыки работы с освоенным материалом сформированы. Все задания выполнены безупречно, качество их выполнения оценено числом баллов близким к максимуму.
«Хорошо»	Теоретическое содержание освоено в целом без пробелов. Необходимые умения и практические навыки работы с освоенным материалом в основном сформированы. Все задания выполнены с отдельными неточностями, качество выполнения большинства заданий оценено числом баллов близким к максимуму.
«Удовлетворительно»	Теоретическое содержание освоено большей частью, но пробелы не носят существенного характера. Необходимые практические навыки работы с освоенным материалом в основном сформированы. Большинство заданий выполнены, отдельные из выполненных заданий содержат ошибки. .
«Неудовлетворительно»	Теоретическое содержание освоено частично. Необходимые умения и навыки работы не сформированы или сформированы отдельные из них.

Критерии оценивания ответа на зачете

Критерии оценки	Характеристика требований к результатам аттестации
Выполнение практико-ориентированного задания на основе приобретенных знаний, умений	Обучающийся продемонстрировал практическое применение знаний. Практико-ориентированное задание выполнено безупречно: ответ на вопрос задачи дан правильный, объяснение хода ее решения подробное, последовательное, грамотное, с теоретическими обоснованиями
	Обучающийся продемонстрировал практическое применение знаний. Практико-ориентированное задание выполнено с отдельными неточностями: ответ на вопрос задачи дан правильный, объяснение хода ее решения подробное, но недостаточно логичное, с единичными ошибками в деталях, некоторыми затруднениями в теоретическом обосновании
	Обучающийся продемонстрировал низкий уровень практического применения знаний. Практико-ориентированное задание выполнено не полностью: ответ на вопрос задачи дан правильный, объяснение хода ее решения недостаточно полное, непоследовательное, с ошибками, слабым теоретическим обоснованием, со значительными затруднениями и ошибками.
	Обучающийся не продемонстрировал практическое применение знаний. Практико-ориентированное задание не выполнено: ответ на вопрос задачи дан неправильный, объяснение хода ее решения дано неполное, непоследовательное, с грубыми ошибками, без теоретического обоснования.

Соответствие оценок и критериев ответа на зачете

Оценка	Характеристика требований к результатам аттестации
«Зачтено»	Теоретическое содержание освоено полностью без пробелов или в целом, или большей частью. Необходимые умения и практические навыки работы с освоенным материалом сформированы или в основном сформированы.

«Не зачтено»	Теоретическое содержание освоено частично. Необходимые умения и навыки работы не сформированы или сформированы отдельные из них.
--------------	--