

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова  
Химический факультет

УТВЕРЖДАЮ

И.о. декана химического факультета,  
профессор РАН



/С.С. Карлов/

«30» августа 2025 г.

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)**

**Теория вероятностей и математическая статистика**

**Уровень высшего образования:**

Специалитет

---

**Направление подготовки (специальность):**

04.05.01 Фундаментальная и прикладная химия

**Направленность (профиль) ОПОП:**

Аналитическая химия, Биохимия и биотехнология, Медицинская химия,  
Молекулярная биология и биоорганическая химия, Нефтехимия, Органическая  
химия, Радиохимия, Теория и методика обучения химии, Физическая химия,  
Химия неорганических веществ и материалов, Химия и технология  
композиционных и полимерных материалов, Экологическая химия  
и экоадаптивные технологии

---

**Форма обучения:**

очная

---

Рабочая программа рассмотрена и одобрена  
Учебно-методической комиссией факультета  
(протоколы №16 от 07.06.2023, №23 от 25.03.2025 г.)

Москва 2025

Рабочая программа дисциплины разработана в соответствии с самостоятельно установленным МГУ образовательным стандартом (ОС МГУ) для реализуемых основных профессиональных образовательных программ высшего образования по направлению подготовки / специальности 04.05.01 «Фундаментальная и прикладная химия» (программа специалитета), утвержденного приказом МГУ от 29 декабря 2018 года № 1770 (с изменениями по приказу № 1109 от 11.09.2019, № 609 от 10 июня 2021 года, № 700 от 29 мая 2023 года, № 1108 от 30 августа 2024 года, № 476 от 07 апреля 2025 года, решения Ученого совета МГУ от 25 апреля 2023 года ).

Год (годы) приема на обучение 2023/2024, 2024/2025, 2025/2026

1. Место дисциплины (модуля) в структуре ООП: базовая часть ООП, блок МЕН.

2. Входные требования для освоения дисциплины (модуля), предварительные условия.

Обучающийся должен освоить дисциплину «Математический анализ».

**Знать:** основные понятия математического анализа, включая функции многих переменных, непрерывности функций, производной и интеграла, понятия ряда функций, признаки сходимости

**Уметь:** производить дифференцирование и интегрирование функций действительного переменного, производить интегрирование и дифференцирование функций нескольких переменных, находить пределы последовательностей и функций, исследовать сходимость рядов и находить значения их сумм

3. Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями выпускников) Соответствие результатов обучения по данному элементу ОПОП результатам освоения ОПОП (в форме компетенция – индикатор - ЗУВ) указано в Общей характеристике ОПОП.

Компетенция	Индикаторы достижения	Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю)
<b>ОПК-4 (на уровне специалитета).</b> Способен создавать математические модели профессиональных задач, учитывать ограничения и границы применимости моделей, интерпретировать полученные математические результаты	<b>ОПК-4.1</b> Предлагает математические и (или) физические модели химических процессов	<b>Знать:</b> основные понятия теории вероятностей и математической статистики <b>Знать:</b> базовые модели задания вероятностного пространства, способы описания случайных величин и нахождения их характеристик <b>Знать:</b> принципы построения статистических оценок и оценки их качества <b>Уметь:</b> решать задачи на нахождение вероятностей, характеристик распределений для основных моделей
<b>ОПК-6 (на уровне специалитета).</b> Способен использовать в профессиональной деятельности теоретические знания и практические навыки решения математических и физических задач.	<b>ОПК-6.2.</b> Обрабатывает данные с использованием стандартных способов аппроксимации численных характеристик	<b>Уметь:</b> применять статистические критерии и делать выводы <b>Уметь:</b> оценивать статистические характеристики данных <b>Уметь:</b> формулировать заключения и обоснованные выводы по результатам статистического анализа <b>Владеть:</b> навыками проведения статистического анализа данных (в том числе и результатов экспериментов)

4. Объем дисциплины (модуля) составляет 4 зачетных единицы, всего 144 часов, из которых 112 часов составляет контактная работа учащегося с преподавателем (54 часа - занятия лекционного типа, 54 часа – занятия семинарского типа, 4 часа – промежуточный контроль

успеваемости), 32 часа составляет самостоятельная работа учащегося.

5. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по разделам.

Наименование и краткое содержание разделов и тем дисциплины (модуля), форма промежуточной аттестации по дисциплине (модулю)	Всего (часы)	В том числе								
		Контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем), часы из них						Самостоятельная работа обучающегося, часы из них		
		Занятия лекционного типа	Занятия семинарского типа	Групповые консультации	Индивидуальные консультации	Учебные занятия, направленные на проведение текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации	Всего	Выполнение домашних заданий	Подготовка рефератов и т.п.	Всего
Раздел 1. Классические модели задания вероятностного пространства	<b>28</b>	14	14	-	-	-	<b>28</b>			
Раздел 2. Случайные величины	<b>44</b>	22	22	-	-	-	<b>44</b>			
Раздел 3. Оценка параметров распределений	<b>16</b>	8	8	-	-	-	<b>16</b>			
Раздел 4. Проверка статистических гипотез	<b>20</b>	10	10	-	-	-	<b>20</b>			
Промежуточная аттестация <i>экзамен</i>	<b>36</b>	-	-	-	-	4	<b>4</b>			<b>32</b>
<b>Итого</b>	<b>144</b>	<b>54</b>	<b>54</b>	-	-	<b>4</b>	<b>112</b>			<b>32</b>

Содержание разделов дисциплины:

Раздел	Содержание раздела по темам
Раздел 1. Классические модели задания вероятностного пространства	<p>Тема №1. Детерминированные и случайные явления. Вероятностное пространство. Случайные события. Аксиомы теории вероятностей. Свойства вероятностей, вытекающие из аксиом.</p> <p>Тема №2. Элементы комбинаторного анализа. Дискретное вероятностное пространство. Классическое определение вероятности. Геометрические вероятности.</p> <p>Тема №3. Условные вероятности. Формула полной вероятности. Формула Байеса. Независимость событий.</p> <p>Тема №4. Схема Бернулли, биномиальное распределение. Полиномиальная схема.</p> <p>Тема №5. Предельные теоремы в схеме Бернулли. Схема серий. Теоремы Пуассона, Муавра-Лапласа.</p>
Раздел 2. Случайные величины	<p>Тема №6. Понятие случайной величины. Дискретные случайные величины. Распределение дискретных случайных величин. Функция распределения. Свойства функции распределения. Классические дискретные распределения.</p> <p>Тема №7. Абсолютно непрерывные случайные величины. Плотность распределения. Классические непрерывные распределения. Смесь распределений.</p> <p>Тема №8. Многомерные распределения. Функция распределения случайного вектора. Дискретные и абсолютно непрерывные случайные векторы. Связь маргинальных распределений с совместным распределением. Независимость случайных величин.</p> <p>Тема №9. Функции от случайных величин. Нахождение распределений в дискретном и непрерывном случаях. Преобразование n-мерного случайного вектора в m-мерный. Формула свертки.</p> <p>Тема №10. Числовые характеристики случайных величин и их свойства: математическое ожидание, дисперсия, ковариация, коэффициент корреляции. Связь между независимостью и некоррелированностью. Числовые характеристики случайных векторов: матрица ковариаций, матрица корреляций.</p> <p>Тема №11. Неравенства Маркова и Чебышева. Сходимость по вероятности. Закон больших чисел и достаточные условия применимости закона больших чисел.</p> <p>Тема №12. Сходимость по распределению. Центральная предельная теорема. Теорема Слуцкого и теорема о сходимости.</p>
Раздел 3. Оценка параметров распределений	<p>Тема №13. Понятие выборки. Реализация выборки. Точечная оценка. Несмещенность, состоятельность и асимптотическая нормальность оценок. Эмпирические моменты. Выборочное среднее и выборочная дисперсия. Мода и медиана распределения.</p> <p>Тема №14. Методы получения оценок: метод моментов и метод максимального правдоподобия. Свойства получаемых оценок.</p> <p>Тема №15. Эмпирическая функция распределения, гистограмма, нормальная бумага: определение, назначение,</p>

	<p>свойства, способ построения, надежность выводов.</p> <p>Тема №16. Статистические распределения, связанные с нормальным распределением: хи-квадрат, Стьюдента, Фишера и их свойства. Понятие квантили распределения. Теорема Фишера.</p> <p>Тема №17. Доверительные интервалы. Общий метод построения доверительных интервалов. Точные доверительные интервалы для параметров нормального распределения. Асимптотические доверительные интервалы для математического ожидания. Построение доверительных интервалов, используя асимптотически нормальные оценки.</p>
<p>Раздел 4. Проверка статистических гипотез</p>	<p>Тема №18. Понятие статистического критерия. Простые и сложные гипотезы. Ошибки 1-го и 2-го рода. Мощность критерия. Р-значение. Способы применения критериев.</p> <p>Тема №19. Критерии согласия: критерий Колмогорова и критерий хи-квадрат. Их мощность. Критерий хи-квадрат для проверки сложной гипотезы. Критерий хи-квадрат для проверки гипотезы о независимости признаков</p> <p>Тема №20. Односторонние и двусторонние критерии. Критерий проверки равенства математического ожидания определенному числу. Критерий Фишера. Критерий Стьюдента.</p> <p>Тема №21. Оптимальный критерий Неймана-Пирсона для различения двух простых гипотез. Мощность критерия Неймана-Пирсона</p> <p>Тема №22. Регрессионный анализ. Метод наименьших квадратов. Свойства оценок, получаемых по методу наименьших квадратов в случае простой линейной регрессии. Коэффициент детерминации. Проверка гипотез о коэффициентах линейной регрессии.</p>

#### 6. Ресурсное обеспечение:

- Перечень основной и вспомогательной учебной литературы ко всему курсу

#### Основная литература

1. Гнеденко Б.В., Курс теории вероятностей. URSS, 2022
2. Чистяков В.П., Курс теории вероятностей. URSS, 2021

#### Дополнительная литература

1. Зубков А.М., Севастьянов Б.А., Чистяков В.П. Сборник задач по теории вероятностей. Учебное пособие для вузов, URSS, 2022
2. Мусин М.М., Кобельков С.Г., Голдаева А.А. Сборник задач по теории вероятностей для химиков: Более 240 задач. Теоретический материал. Примеры решения типовых задач. URSS, 2017

**7. Язык преподавания – русский**

**8. Разработчики:**

к.ф.-м.н. Гнеденко Дмитрий Борисович, доцент кафедры теории вероятностей механико-математического факультета МГУ

к.ф.-м.н. Кобельков Сергей Георгиевич, доцент кафедры теории вероятностей механико-математического факультета МГУ

к.ф.-м.н. Кондратенко Александр Евгеньевич, доцент кафедры теории вероятностей механико-математического факультета МГУ