РЕНТГЕН0ФА30ВЫЙ АНАЛИЗ

Издание второе, дополненное и переработанное

ИЗДАТЕЛЬСТВО МОСКОВСКОГО УНИВЕРСИТЕТА 1976

МОНОКРИСТАЛЬНЫЕ МЕТОДЫ В РЕНТГЕНОФАЗОВОМ АНАЛИЗЕ

В этой главе мы рассмотрим некоторые виды съемки монокристаллов и использование полученных результатов в рентгенофазовом анализе. Если кристаллы исследуемого вещества принадлежат к низшим сингониям и имеют большие параметры элементарных ячеек, индицирование линий порошкограмм становится вряд ли разрешимой задачей и результаты индицирования будут неоднозначными. В этом случае необходимо использование монокристальных методов для определения параметров элементарных ячеек.

Исследование монокристаллов того или иного соединения обычно включает следующие этапы:

1. Выбор монокристалла и съемка его в камере типа РКОП.

2. Определение параметров ячейки по рентгенограммам качания, выбор элементарной ячейки и трансляционной группы в соответствии с правилами Браве.

3. Выбор направления для съемки рентгенгониометрическим методом и юстировка кристалла в камере РКУ (если необходимо, то с переклейкой его).

4. Съемка на рентгенгониометре, определение пространственной группы и индицирование линий рентгенограммы с использованием данных о положении и интенсивностях рефлексов на рентгенограммах разверток слоевых линий.

§ 1. ВЫБОР МОНОКРИСТАЛЛА И СЪЕМКА В КАМЕРЕ РКОП

В большинстве случаев, особенно при исследовании систем в конденсированном состоянии, приходится иметь дело с неограненными кристаллами («кристаллическими обломками»), что осложняет работу и требует использования рентгеновских методов юстировки.

Выбор монокристалла для съемки осуществляется обычно с помощью бинокулярной лупы с увеличением порядка X25, X150.

113

К выбираемому монокристаллу предъявляются следующие требования:

а) он должен быть чистым, без заметных трещин и внутреиних дефектов;

б) размеры кристалла должны быть не более 0,5 мм и не менее 0,1—0,05 мм;

в) желательно выбирать кристаллы, имеющие хотя бы иамек на внешнюю огранку, что в дальнейшем облегчит работу с ними.

Следует отметить, что во многих случаях визуально отобранный кристалл, не имеющий видимых дефектов, оказывается непригодным для исследования, поэтому окончательный вывод о его качестве делается только после съемки кристалла в камере РКОП.

Отобранный кристалл приклеивается к усику из стекла «пирекс» диаметром 0,05—0,1 мм. Для этого используется быстрозасыхающий вязкий клей БФ или смесь специального несохнущего клея¹, цапонлака и амилацетата. Гигроскопичные монокристаллы могут быть помещены в тонкостенные запаянные капилляры, а малогигроскопичные достаточно покрыть тонкой оболочкой используемого клея.

При отборе монокристалла необходимо обращать особое внимание на его габитус. Если, например, монокристалл изучаемого вещества имеет вид иголки, то в большинстве случаев один из периодов ячейки (часто наименьший) направлен вдоль оси иголки. У пластинчатых кристаллов направление одного из векторов ячейки часто совпадает с нормалью к поверхности пластинки. Приклеив кристалл так, чтобы предполагаемое важное направление в кристалле было параллельно оси вращения (усику), мы значительно облегчим дальнейшую юстировку.

Усик с приклеенным монокристаллом закрепляется на гониометрической головке, которая устанавливается в камере РКОП (РКОП-А). После выбора диафрагмы проводится центрировка кристалла (при наблюдении через отверстие диафрагмы кристалл ие смещается как при вращении диска вокруг его оси, так и при перемещении диска с держателем вдоль дуги, а также при качании дуги вокруг ее оси вращения). Центрировка осуществляется с помощью двух специальных винтов на основании головки. Далее дуга фиксируется в положении, при котором ее плоскость перпендикулярна первичному пучку, держатель с барабаном устанавливаются в положении, соответствующем 90° по шкале дуги. Угол вращения барабана при этом может быть произвольным. Такая установка кристалла необходима для правильного построения гномостереографической проекции. Обычно снимают три лауэграммы в положениях барабана 0°, 60° и 120°, что дает возможность получить наиболее полную дифракционную картину.

Если на полученных лауэграммах рефлексы точечные, однородные и располагаются не хаотичио, а по правильным геометрическим линиям: прямым, гиперболам, параболам, эллипсам н окружностям, то кристалл может быть использован в дальнейшей работе. Если некоторые рефлексы состоят из двух или более пятен, не располагающихся на правильной линии (это особеино относится к рефлексам, находящимся на пересечении нескольких правильных кривых), кристалл представляет собой сросток нескольких, меньших по размеру, кристаллов. Это часто наблюдается при изучении кристаллов, обладающих спайностью. Правильные двойники типа право-левовращающего кварца нередко могут быть приняты за качественные монокристаллы, однако при дальнейшем изучении на других камерах их сдвойниковаиность стаиовится заметной.

При хаотичной дифракционной картние с большим количеством рефлексов можно с уверенностью считать отобранный кристалл поликристаллическим образованием.

§ 2. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПАРАМЕТРОВ ЯЧЕЙКИ И ДИФРАКЦИОННОГО КЛАССА

По данным трех лауэграмм, полученных от качественного монокристалла, строятся гномостереографические проекции, которые затем объедиияются в сводную проекцию. Сводная стереографическая проекция включает в себя почти полную дифракционную картину изучаемого кристалла. С помощью сетки Вульфа определяются положения важнейших направлений как в обратной, так и в прямой решетке исследуемого кристалла. Затем производится съемка рентгенограмм качания, причем кристалл ориентируется по дуге и барабану таким образом, чтобы ось вращения кристалла и выбранное по проекции важное направление совпали. Работа с камерами типа РКОП детально рассмотрена в [1, 2].

Затем проводится аиализ полученных рентгенограмм качания. На рентгенограмме качания рефлексы будут располагаться на параллельных линиях, одна из которых (нулевая слоевая линия) проходит через след первичного пучка. Величина периода идентичности определяется по формуле

$$T=n\lambda\sqrt{1+\frac{R^2}{l_n^2}},$$

тде T — величнна периода в Å, λ — длина волны используемого излучения в Å, R — расстояние от кристалла до пленки в мм (в камерах РКОП-А R^2 = 818 мм²), l_n — расстояние между слоевыми линиями в мм, n — номер линии.

По виду рентгенограммы качания можно судить о симметрии кристаллов. Если рентгенограмма качания характеризуется нали-

¹ Такой клей может быть приготовлен длительным нагреванием смеси равных количеств канифоли и растительного масла, до прекращения выделения газообразных продуктов.

чием плоскости зеркального отражения, проходящей через нулевую слоевую линию (интенсивности симметричных рефлексов обязаны совпадать), то параллельно оси вращения в кристалле ироходит ось симметрии четного порядка или нормаль к плоскости симметрии. С помощью сетки Вульфа определяются углы между найденными векторами ячейки и выбирается элементарная ячейка в соответствии с правилами Браве. Во избежание неправильного выбора элементарной ячейки и для определения трансляционной группы необходимо иметь также рентгенограммы качания вокруг граневых и телесных диагоналей. Нужно обращать внимание и на соотношение размеров полученных векторов ячейки.

§ 3. ЮСТИРОВКА КРИСТАЛЛА

Перед юстировкой кристалла в случае необходимости производится его переклейка таким образом, чтобы выбранное для съемки направление отклонялось бы не более чем на 10° от осн вращения (оси гониометрической головки). После этого головка с кристаллом закрепляется в камере и производится съемка двух рентгенограмм Лауэ или качания. Одна из дуг гониометрической головки должна быть параллельна пучку рентгеновских лучей (рис. 37). Съемка (на одну и ту же пленку) производится в одном положении, а затем барабан поворачивается на 180° и кристалл снимается во втором положении (с экспознцией, в 3—4 раза большей). При закладке пленки необходимо отмечать ее положение, надписывая ту сторону, которая обращена к стенке камеры.

Полученная таким способом рентгенограмма устанавливается так, чтобы надпись находилась со стороны экспериментатора, а область малых углов отражения — слева (рис. 38). Далее производится промер рентгенограммы. Выбираются пары симметричных пятен (например А и А₁, В и В₁) и измеряются расстояния между ними и углы отражения θ для каждой пары. Обозначим расстояння между парой А и А₁, В и В₁ через y_1 и y_2 . Углы поворота рассчитываются по следующим формулам:

$$\varepsilon_{\parallel} = \frac{10(\vec{y_1} + \vec{y_2})}{\sin 2\theta}; \qquad (40)$$

$$\varepsilon_{\perp} = \frac{20(\vec{y}_1 - \vec{y}_2)}{\sin^2 \theta}.$$
 (41)

Лучше использовать векторные значения y_n , считая направление вектора от слабого пятна к сильному. Направление вектора снизу вверх будем считать положительным.

В этом случае знаки углов новорота кристалла по обеим дугам головки для совмещения выбранного направления с осью вращения определяются следующим образом. На рис. 37 кристалл установлен в положении большей экспозиции. Если є имеет положительный знак, то кристалл смещают по дуге, параллельной пучку, на величину этой поправки в направлении, обозиаченном «+».









Для более точной юстировки можно использовать несколько пар симметричных пятен.

Рассмотрим пример:

$$y_1 = -1,2$$
 MM; $y_2 = 3,8$ MM; $L = 39$ MM;
 $\theta = 26^\circ$; $\sin^2 \theta = 0,192$; $\sin 2\theta = 0,788$;
 $\varepsilon_{\parallel} = \frac{10(-1,2+3,8)}{0,192} = 104'$

(передвинуть кристалл вправо на рис. 37),

$$\mathbf{e}_{\perp} = \frac{20 \left(-1, 2 - 3, 8\right)}{0,788} = -120'$$

(вниз по вертикальной дуге на рис. 37).

Подобный метод юстировки является видоизменением метода, описанного в [3], и позволяет производить точную юстировку с первого раза.

После проведения юстировки необходимо снять рентгенограмму вращения для более точного определения пернода, вокруг которого вращается кристалл.

§ 4. РАБОТА С КАМЕРОЙ КФОР-4

Рентгенограммы, полученные в камере фотографирования обратной решетки (КФОР), представляют собой неискаженные изображения узловых сеток обратной решетки, например, при съемке вокруг оси *с*—*hkn*, перпеидикулярных оси вращения кристалла. Условия для съемки рентгенограммы развертки слоевой линии *hkn* задаются уравнениями

$$\sin \mu_n = \sin \mu_0 - \frac{n\lambda}{T}, \qquad \Delta_n = \Delta_0 - \frac{\cos \mu_n}{\cos \mu_0},$$

где μ_n — угол поворота оси вращения относительно первичного пучка рентгеновских лучей; μ_0 — величина постоянная для каждой камеры КФОР; Δ_n — величина смещения оси вращения кассеты с пленкой относительно оси вращения кристалла; Δ_0 — также параметр камеры; n — номер слоевой линии hkn, рентгенограмму которой надо получить; λ — длина волны используемого излучения (в Å); T — величина периода прямой решетки, вокруг которого производится вращение (в Å).

Если ось вращения совпадает с ортогональным направлением кристалла: ось *b* моноклинной, ось *c* тригональной или гексагональной ячеек, любая из осей *a*, *b*, *c* ромбической, тетрагональной, кубической ячеек, точки, соответствующие узлам типа [[00*n*]], будут располагаться строго в центре рентгенограмм разверток слоевых линий, т. е. для воссоздания обратной решетки достаточно совместить центры кфорограмм и повернуть их относительно друг друга так, чтобы пятна одной рентгенограммы находились над пятнами другой либо в середине промежутка между ними. При рассмотрении наложенных таким образом кфорограмм видно, что рефлексы на них располагаются на параллельных, равноотстоящих линиях и рефлексы на этих линиях находятся на равных или кратных друг другу расстояниях.

Если ось вращения кристалла параллельна вектору элементарной ячейки, но не параллельна одноименному вектору обратной решетки, то на кфорограммах *n*-й слоевой линии точка, соответствующая узлу обратной решетки [[00*n*]], будет смещена из центра кфорограммы, однако совмещение рентгенограмм для воссоздания картины обратной решетки также возможно. При этом совмещают два любых рефлекса из обеих пленок и вращением добиваются совпадеиия эквивалентных трансляций. Затем путем параллельного сдвига совмещают центры обеих кфорограмм. При этом [[000]] совпадает с центром рентгенограммы развертки слоевой линии hk0, а величина смещения [[001]] в hk1 равна δ мм. На развертке типа hkn она будет равна $n\delta$ мм и направление смещения сохранится. Величина н направление смещения могут быть также рассчитаны, исходя из параметров решеток [1].

Совместное рассмотрение двух кфорограмм необходимо потому, что систематические погасания приводят к исчезновению части узлов обратной решетки. В соответствии с правилами Браве производится выбор векторов обратной решетки. Симметрия выбранной ячейки должна соответствовать симметрии кфорограмм, и обратная решетка должна быть примитивной, т. е. все пятна должны лежать в узлах обратной решетки.

Индицирование кфорограммы не представляет труда. Один из индексов определяется номером слоевой линии. Узловые ряды h00, 0k0, 00l совпадают по направлению с векторами ячейки, и расстояние от центра узловой сетки до пятен типа h00 и т. д. соответственно равно ha^* и т. д. Это позволяет определить индексы пятен на этих слоевых линиях. Все остальные пятна лежат на пересечениях узловых линий, параллельных узловым линиям h00, 0k0, 00l. Необходимо помнить, что в случае моноклинной сингонии выбирается обратная ячейка с острым углом β^* . Естественно, что узел с индексами hk должен лежать на пересечении прямой, параллельной оси x^* и проходящей через узел h0, и прямой, параллельной y^* и проходящей через узел 0k.

Для определения дифракционного класса необходимо сопоставить интенсивности пятен, индексы которых различаются знаками или порядком (в случае средних и кубической сингоний). При этом в случае гексагональной сингонии удобно ввести индекс i = -h - k. Присутствие части элементов симметрии на некоторых кфорограммах очевидно, но для определения дифракциоиного класса этого иногда недостаточно. Так, для моноклинного кристалла характерно равенство интенсивностей пятен с индексами *hkl, hkl, hkl.* Поэтому на каждой кфорограмме при съемке вокруг оси *b* пятна будут попарно связаны центром симметрии (*hkl* и *hkl*). В случае триклинного кристалла только I(h0l) = I(h0l), но в общем случае равенство I(hkl) и I(hkl) не соблюдается, хотя углы α и γ могут быть равны 90°.

Рассмотрение систематики погасаний, т. е. выяснение, при каких комбииациях индексов интенсивность пятен систематически равна нулю, позволяет определить дифракционную группу кристалла и его возможные пространственные группы.

На рис. 39 и 40 приведены кфорограммы нулевой и первой слоевых линий соединения $K_2Zn_2(MoO_4)_3$. На рисунках выделены узловые ряды h00, 00*l*, h10 и 01*l*. На рентгенограмме нулевой слоевой линии отсутствуют все узловые ряды с нечетным *l*, т. е. среди отражений h0*l* могут быть только такие, у которых l=2n. У отражений типа h1*l* систематических погасаний нет. На рентгенограмме качания вокруг того же периода присутствовала плоскость симметрии (перпендикулярная оси качания). Таким образом, можно сделать вывод, что ячейка примитивная моноклинная, пространственные группы P2/c или $P2_1/c$.

Выбранная элементарная ячейка $K_2Zn_2(MoO_4)_3$ показана на рентгенограммах h0l и h1l заштрихованным параллелограммом (см. рис. 39, 40).



Рис. 39. Кфорограмма К₂Zn₂(MoO₄)₃, Рис. 40. Кфорограмма К₂Zn₂(MoO₄)₃, h0l h1l

По формуле $1/d_{hol} = \kappa r_{hol}$, где h, l—индексы рефлекса, r_{hol} расстояние от рефлекса до центра кфорограммы в мм, а к—коэффициент перевода, зависящий от параметров камеры и выбранного излучения¹, находятся величины векторов обратной решетки. Возведя их в квадрат и сравнивая с набором $1/d^2$ на рентгенограмме порошка, мы можем провести индицирование линий рентгенограммы порошка:

$$1/d_{hnl}^2 = \frac{n^2}{T^2} + 1/d_{hl}^2; \qquad 1/d_{hl} = \kappa r_{hl},$$

T(A) — величина периода, вокруг которого производится вращение (в данном случае T=b); n — номер слоевой линии (в данном случае n=k).

Для более однозначного определения дифракционной и пространственной группы не хватает сведений о рефлексах типа 0k0.

При съемке кфорограммы 0kl вокруг оси *а* было обнаружено, что индексы 0k0 с нечетными *k* отсутствуют. Следовательно, пространственная группа кристалла $K_2Zn_2(MoO_4)_3 - P2_1/c$. Данный пример показывает, что необходима съемка крнсталла вокруг двух направлений. Величина периода, вокруг которого осуществляется вращение, вычнсляется по формуле $T = \lambda \sqrt{1 + \frac{1849}{l^2}}$, $\frac{1}{2}$ Для используемой щели $\mu_0 = 45^\circ$ и СиК-излучения $\kappa_{Cu} = 0.0154$, для моК-излучения $\kappa_{M_0} = 0.0330$. где величины T, λ и l имеют тот же смысл, что и в случае камер РКОП. Теория принципов съемки в камере КФОР-4 подробно изложена в [2].

После выбора ячейки производится индицирование порошкограммы.

Индицирование рефлексов зоны h0l. Необходимо найти соответствие между пятнами на кфорограмме и линиями на порошкограмме.

На кфорограмме h0l имеются пятна с минимальными Q_n 108(002), 228(100), 232(102) и 465(102) с интенсивностями соответственно 11; 100; 90; 20. На рентгенограмме порошка (табл. 34) им соответствуют линии Q=107.8; 227,7; 233,2 и 456,3 с интенсивностями 10; 40; 40 и 2. Это позволяет уточнить параметры A, C и D, причем для уточнення A и C можно использовать линии $Q_{006}=938,6(100)$ и $Q_{200}=968,7(10)$, соответствующие пятнам с Q=937 и 968. Затем находим на рентгенограмме порошка лннии, соответствующие пятнам кфорограммы, обращая внимание на примерное соответствие интенсивностей и Q_n .

И н дицирование рефлексов зоны $h \ 1 \ l$ (и последуюших) проводится примерно также. Необходимо только иметь в виду, что кфорограмма первой слоевой линии является сеченнем плоскостью, перпендикулярной направлению [010] пространства обратной решетки и находящейся на расстоянии $1/d_{010}$ от начала координат. Кроме того, в данном случае возникает неопределенность в индицировании рефлексов зоны 0k0, так как мы не имеем кфорограмм, снятых при вращенни вокруг периода *а* илн *с*. Однако эта неопределенность кажущаяся. Из рентгенограмм качания мы знаем, что период *b* приблизительно равен величине 9,00*A*. Рассчитанное значение $Q_{010}=123,5$. На рентгенограмме порошка нет линии с таким значением $1/d^2$. Предположив, что все 0k0 с k=2n (т. е. пространственная группа $P2_1/c$), рассчитываем $Q_{020}=$ =494, что хорошо совпадает с Q=492,3 (I=20).

Далее проверяем правильность этого выбора, индицируя рефлексы зон h10 н 01l (соответствующие направления на кфорограмме отмечены). Из этих рефлексов на порошкограмме присутствует только линия Q = 1091 (I = 70), имеющая индекс 016. Дальнейшее индицирование не представляет труда и проводится аналогично описанному для зоны h0l.

Таким же образом проводим индицирование линий с рефлексами типа h2l, h3l и т. д. После того как предварительное индицирование всех линий рентгенограммы проведено, уточняем параметры методом наименьших квадратов, проводим повторное индицирование (проверочное), результаты которого приведены в табл. 34. Значения параметров решетки a=7,003 Å; b=9,013 Å и c=20,77 Å; $\beta=111^{\circ}09'$.

Число формульных единиц может быть рассчитано, исходя из этих параметров н ρ_{∂} = 3,80 г/см³: Z = 4 и ρ_{B} = 3,80 г/см³. Число

Таблица 34*

Индицирование рентгенограммы K ₂ Zn ₂ (MoO ₄) ₃							
. 1	Q ₉	hkl	Q _B				
10	107,8	002	107,6				
100	150,2	011	150,0				
40	227,7	102	227,4				
40	233,2	100	234,2				
5	326,4	111	327,0				
10	349,5	21Ĩ	350,5				
5	365,6	013	365,1				
10	428,0	113	427,7				
10	435,5	$ \begin{array}{r} 10\overline{4} \\ 102 \\ 020 \\ 112 \end{array} $	435,7				
2	456,3		456,3				
20	492,3		492,4				
20	580,0		579,4				
5	696,6	121	696,3				
10	743,1	$11\overline{5}$ 113	743,6)				
1	771,1		771,0				
.30	797,1	123	797,0				
2	809,6	121	810,7				
$1 \\ 2$	859,4	10 6	859,2				
	893,3	104	893,4				
70	926,6	$024, 12\bar{4}$	922,7; 928,1				
100	938,6	$200, 21\overline{2}$	937,0; 938,8				
10	968,7	006, $21\overline{1}$	968,2; 972,6				
5	1017	114	1017				
100	1034	214	1033				
70	1091	016	1091				
$1 \\ 20 \\ 40 \\ 5 \\ 5 \\ 5$	1114	125	1113				
	1134	031	1135				
	1166	025	1165				
	1202	211	1201				
	1213	032	1215				
10	1273	202, 117	1273, 1275				
10	1341	21 6 , 130	1342, 1342				
1	1396	212	1397				
10	1427	220	1429, 1426				

* Рентгенограмма снята в фокусирующей камере-монохроматоре, описанной в гл. II.

формульных единиц согласуется с кратностью общей позиции в группе P2₁/c.

В заключение надо сказать, что зачастую при сравнении интенсивностей рефлексов на кфорограммах и порошкограммах кажется, что они не соответствуют друг другу. Это несоответствие вызывается следующими причинами, которые необходимо иметь в виду:

разная зависимость от sin θ/λ поляризационного фактора.
 к фактора Лоренца на порошкограммах и кфорограммах;

2) на рентгенограммах разверток слоевых линий фактор повторяемости для всех пятен равен единице;

3) влияние поглощения рентгеновских лучей на интенсивность. при съемке кристалла и порошка различно.

ЛИТЕРАТУРА

1. Бокий Г. Б., Порай-Кошиц М. А. Практический курс рентгеноструктурного анализа, т. І. Изд-во МГУ, 1960.

 Уманский М. М. Аппаратура и приборы рентгеноструктурного анализа. М., Физматгиз, 1960.

3. Квитка С. С., Сокурский Ю. Н., Уманский М. М. «Заводская лаборатория», 16, 696, 1950.

Таблица 35

Значения $PLG = \frac{1+\cos^2 2\theta}{\sin^2 \theta \cos \theta}$

ГЛАВА VII

КОЛИЧЕСТВЕННЫЙ ФАЗОВЫЙ АНАЛИЗ

В гл. III мы рассмотрели методику качественного фазового анализа. В последнее время в связи с широким распространеннем дифрактометров, позволяющих значительно точнее определять интенсивность дифракционных линий, увеличилось число работ по количественному фазовому анализу, который находит все большее применение в химических исследованиях.

§ 1. ИНТЕНСИВНОСТЬ ЛИНИЙ НА РЕНТГЕНОГРАММАХ Порошка

Соотношение интеисивностей линий на дебаеграммах зависит от ряда факторов, в том числе от условий съемки, вида образца и т. д. Это необходимо иметь в виду при сопоставлении экспериментальных данных, полученных в разных условиях. Интегральная интенсивность отражения *I* в случае метода порошка равиа

$$\frac{I}{I_0} = k \frac{1 + \cos^2 2\theta}{\sin^2 \theta \cos \theta} \rho |F|^2 A, \qquad (42)$$

где p — множитель повторяемости, $|F|^2$ — структурный фактор, A — абсорбционный множитель интенсивности, I_0 — интенсивность первичного пучка.

При съемке на прохождение

$$\mathbf{k}=\frac{e^4\lambda^3}{m^2c^4}\cdot\frac{N^2l}{32\pi R}V,$$

при съемке на отражение (поликристаллический шлиф)

$$\mathbf{k} = \frac{\ell^4 \lambda^3}{m^2 c^4} \cdot \frac{N^2 l}{32\pi R} \cdot \frac{1}{2\mu},$$

где е и m — заряд и масса электрона, c — скорость света, λ — длина волны рентгеновского излучения, N — число элементарных ячеек на единицу объема, R — радиус цилиндрической пленки, l — ширина полосы почернения или высота щели счетчика, V —

θ٥	0	2	4	6	8
$\begin{array}{c} 2\\ 3\\ 4\\ 5\\ 6\\ 7\\ 8\\ 9\\ 10\\ 11\\ 12\\ 13\\ 14\\ 15\\ 16\\ 17\\ 18\\ 19\\ 20\\ 21\\ 22\\ 23\\ 24\\ 25\\ 26\\ 27\\ 28\\ 29\\ 30\\ 31\\ 32\\ 33\\ 34\\ 35\\ 36\\ 37\\ 38\\ 39\\ 40\\ \end{array}$	$\begin{array}{c} 1639\\ 727,2\\ 408,0\\ 260,3\\ 180,1\\ 131,7\\ 100,3\\ 78,79\\ 63,41\\ 52,04\\ 43,39\\ 36,67\\ 31,34\\ 27,05\\ 23,54\\ 20,64\\ 18,22\\ 16,17\\ 14,44\\ 12,95\\ 11,66\\ 10,55\\ 9,579\\ 8,730\\ 7,984\\ 7,327\\ 6,745\\ 6,230\\ 5,774\\ 5,367\\ 5,006\\ 4,685\\ 4,399\\ 4,145\\ 3,919\\ 3,720\\ 3,544\\ 3,389\\ 3,255\\ \end{array}$	$\begin{array}{c} 1354\\ 638,8\\ 369,9\\ 240,5\\ 168,5\\ 124,4\\ 95,37\\ 75,31\\ 60,87\\ 50,12\\ 41,91\\ 35,50\\ 30,41\\ 26,29\\ 22,92\\ 20,12\\ 17,78\\ 15,80\\ 14,12\\ 12,68\\ 11,43\\ 10,35\\ 9,400\\ 8,573\\ 7,846\\ 7,205\\ 6,637\\ 6,135\\ 5,688\\ 5,292\\ 4,939\\ 4,625\\ 4,346\\ 4,097\\ 3,877\\ 3,683\\ 3,513\\ 3,361\\ 3,230\\ \end{array}$	$\begin{array}{c} 1138\\ 565, 6\\ 336, 8\\ 222, 9\\ 158, 0\\ 117, 6\\ 90, 78\\ 72, 05\\ 58, 46\\ 48, 30\\ 40, 50\\ 34, 39\\ 29, 51\\ 25, 56\\ 22, 32\\ 19, 62\\ 17, 36\\ 15, 45\\ 13, 81\\ 12, 41\\ 11, 20\\ 10, 15\\ 9, 226\\ 8, 420\\ 7, 711\\ 7, 086\\ 6, 532\\ 6, 042\\ 5, 605\\ 5, 218\\ 4, 873\\ 4, 566\\ 4, 294\\ 4, 052\\ 3, 836\\ 3, 647\\ 3, 481\\ 3, 333\\ 3, 306\\ \end{array}$	$\begin{array}{c} 968,9\\ 504,3\\ 308,0\\ 207,1\\ 148,4\\ 111,4\\ 86,51\\ 68,99\\ 56,20\\ 46,58\\ 39,16\\ 33,33\\ 28,66\\ 24,86\\ 21,74\\ 19,14\\ 16,95\\ 15,10\\ 13,52\\ 12,15\\ 10,98\\ 9,951\\ 9,057\\ 8,271\\ 7,580\\ 6,969\\ 9,951\\ 9,057\\ 8,271\\ 7,580\\ 6,969\\ 5,950\\ 5,524\\ 5,145\\ 4,809\\ 4,209\\ 4,243\\ 4,006\\ 3,797\\ 3,612\\ 3,449\\ 3,306\\ 3,183\\ \end{array}$	835,1 452,3 282,6 192,9 139,7 105,6 82,52 66,12 54,06 44,94 37,88 32,31 27,83 24,19 21,18 18,67 16,56 14,76 13,23 11,91 10,76 9,763 8,891 8,126 7,452 6,856 6,329 5,861 5,445 5,075 4,746 4,453 4,193 3,962 3,758 3,577 3,410 3,282 3,160

облучаемый объем порошка и μ — линейный коэффициент абсорбции (взятый для монокристального образца). Значения $\frac{e^4\lambda^3}{m^2c^4}$ для различных длин волн равны:

> для Fe K_α 57,4 · 10⁻²⁶, для Cu K_α 28,9 · 10⁻²⁶,

Коэффициент <u>1 + cos^a 20</u> включает фактор интегральности и sin² θ cos θ поляризационный фактор, учитывающий зависимость интенсивно-

сти рассеяния рентгеновского излучения электроном от угла 0.

Обычно этот множитель называется угловым множителем интенсивностн и обозначается *PLG*. В случае съемки в камерах-



Рис. 41. Зависимость абсорбционного фактора A от угла в для разных µг (в % к A для $\theta = 90^\circ$). Кривая µг=0 соответствует также случаю съемки образца с любым µ в дифрактометре

монохроматорах падающий пучок рентгеновских лучей поляризуется при отражении от монокристалла и значения угловых множителей интенсивности несколько изменяются. В табл. 35 приведены значения углового множителя интенсивности для метода порошка (съемка в цилиндрической камере и на дифрактометре).

В формулу интенсивности входит также абсорбционный фактор A, учитывающий поглощение в образце. При съемке на дифрактометре абсорбционный множитель не зависит от угла отражения (равен $1/2\mu$), и его можно не учитывать. Если образец цилиндрический, то абсорбционный фактор меняется с изменением угла и зависит от μ г—произведения радиуса образца на линейный коэффициент абсорбции.

На рис. 41 приведены значения абсорбционного фактора для разных значений µr.

Как видно из рисунка, отпосительное ослабление интенсивности линий при небольших углах особенно значительно для сильнопоглощающих образцов. Абсолютиое поглощение возрастает с увеличением μr . Ниже даны абсолютные значения A для $\theta = 90^\circ$.

μr	1	2,5	5		
A	0,295	0,126	0,0635		

Полезно рассмотреть изменение в зависимости от угла θ произведения абсорбционного фактора (относительного) на угловой множитель интенсивности, т. е. *APLG*.

Изменение APLG от угла в показано на рис. 42.

Из этого рисунка видно, что при больших и уменьшение интенсивности отражения при увеличении угла заметно меньше, чем при отсутствии поглощения или при постоянном А. Это в особенности следует иметь в виду при сопоставлении интенсивностей линий на дифрактограммах (А постоянно) и на рентгенограммах цилиндрических образцов.

Ослабление интенсивности линий вследствие абсорбционного фактора пропорционально (для цилиндрического образца) радиусу образца. Однако в формулу интенсивности отражения входит облучаемый объем образца, который для сравнительно небольших радиусов (диаметр меньше ширины пучка рентгеновских лучей) и малых µ пропорционален квадрату радиуса. Поэтому увеличение радиуса образца (для легких веществ)



Рис. 42. Зависимость произведения абсорбционного и углового множителей интенсивности от угла θ (для сравиения эначения APLG при 80° взяты равными: I — для $\mu r = 0$, II — для $\mu r = 5$)

приводит к увеличенню интенсивности линий на дебаеграммах, наиболее заметному при больших углах. Поэтому же в тех случаях, когда необходимо получить достаточно интенсивные отражения при больших углах от легких веществ (например, для прецизионного определения параметров решетки), целесообразно увелнчивать толщииу образца, хотя это и приводит к увеличению щирины линий на дебаеграмме.

Все рассмотренные факторы плавно меняются при изменении угла отражения и не зависят от структуры вещества.

Множитель повторяемости *р* зависит от класса симметрии кристалла и равеи числу семейств плоскостей кристалла, принимающих участие в создании данной линии и имеющих одинаковую интенсивность. Множители повторяемости для различных классов симметрии приведены в табл. 36.

Таблица 36

Множители повторяемости для метода порошка

Сингония	Индексы						
Кубическая сингония	hkl	hhl	0kl	0kk	hhh	001 ·	
O_h, O, T_d	48	24	24	12	8	6	
1 h, 1	24	24_	12	12	۰ _	0_	70.000
Гексагональная сингония	hkil	hh2hl	0kkl	hki0	hh2h0	0kk0	000l
$D_{6h}, D_6, C_{67}, D_{3h}$	24	12	12	12	6	6	2
Cah, Ca, Cah	12	12	12	6	6	6	2
D_{3d}, D_3, C_{3n}	12	12	6	12	6	6	2
C_{31} , C_{3}	6	6	6	6	6	6	2
Тетрагональная сингония	hkl	hhl	Okl	hk0	hh0	0k0	001
Dah, DA, CAN, Vd	16	8	8	8	4	4	2
Cate Car Sa	8	8	8	4	4	4	2
Ромбическая сингония	hkl	Okl	hOl	hk0	h00	0k0	001
Vi V Con	8	4	4	4	2	2	2
Моноклинная сингония	hkl	Okl	hk0	h0l	h00	0k0	001
C to Co Co	4	4	4	2	2	2	2
C_2n, C_2, C_5	hkl	-					
C: C.	2	1000000 10000000000 100000000000000000	1.00				

От расположения атомов в решетке, т. е. от структуры кристалла, зависит только структурный фактор $|F|^2$ — квадрат амплитуды волны, рассеянной одной элементарной ячейкой в направлении, определяемом индексами *hkl*. Структурная амплитуда F_{hkl} связана с координатами атомов $x_j y_j z_j$, индексами и атомным фактором f_j следующим соотношением:

$$F_{hkl} = \sum_{j} f_{j} e^{2\pi i (hx_{j} + ky_{j} + lz_{j})};$$
(43)

суммирование ведется по всем атомам (в пределах одной элементарной ячейки). Эту же зависимость можно записать несколько иначе:

$$F_{ikl} = A + iB. \tag{44}$$

Квадрат модуля структурной амплитуды $|F|^2 = A^2 + B^2$, где

$$A = \sum_{i} f_{i} \cos 2\pi (hx_{i} + ky_{i} + lz_{i}),$$

$$B = \sum_{i} f_{i} \sin 2\pi (hx_{i} + ky_{i} + lz_{i}).$$
(45)

Қак видно, в выражение для структурной амплитуды входят факторы атомного рассеяния \hat{f}_{j} . Атомные факторы являются убывающей функцией sin θ/λ .

При $\sin\theta/\lambda=0$ атомные факторы равны числу электронов у данного атома или иона (если не учитывается поправка на аномальную дисперсию). Значения f_j для различных атомов и ионов и разных $\sin\theta/\lambda$ приведены во всех справочниках по рентгеноструктурному анализу.

На рис. 43 показано изменение атомных факторов нескольких атомов и ионов при увеличе-

них атомов и нонов при увсличении sin θ/λ . Как видно из рисунка, для легких атомов наблюдается относительно более резкое падение интенсивности рассеяния с увеличением sin θ/λ , чем для атомов с большими атомными номерами. Поэтому расположение легких атомов в структурах заметно влияет на интенсивность отражений только при небольших значениях sin θ/λ и, следовательно, небольших углах рассеяния.

Приведенное выражение для структурного фактора несколько упрощается при наличии в кристалле различных элементов симметрии (центров, осей и плоскостей симметрии, диагональных трансляций). Так, если начало координат выбрано в центре симметрии (а это имеет место в подавляющем большинстве центросимметричных пространственных групп), то



Рис. 43. Кривые атомного рассеяния для О° (1), О⁻² (2), Na⁺ (3), K⁺ (4), Rb⁺ (5)

$$|F|^{2} = A^{2} = 4 \left[\sum_{j} f_{j} \cos 2\pi (hx_{j} + ky_{j} + lz_{j}) \right]^{2}.$$
 (46)

Так как каждому атому с координатами x, y, z будет соответствовать атом с координатами \overline{x} , \overline{y} , \overline{z} , то B=0:

 $f\sin 2\pi (hx + ky + lz) + f\sin 2\pi (-hx - ky - lz) = 0.$

Суммирование ведется только по атомам, не связанным центром симметрии в начале координат.

В нецентросимметричных структурах с четными осями симметрии такое упрощение будет иметь место для некоторых групп индексов.

Наличие дополнительных диагональных трансляций также значительно упрощает выражение для структурного фактора. Покажем это на примере объемно-центрированной ячейки (для простоты возьмем центросимметричную пространственную группу). Каждому атому с координатами x, y, z будет в этом случае

51/2 Л. М. Ковба, В. К. Трунов

соответствовать второй атом с координатами $\frac{1}{2} + x$, $\frac{1}{2} + y$, $\frac{1}{2} + z$. Если на ячейку приходится только 4 атома с координатами x, y, z; \overline{x} , \overline{y} , \overline{z} ; $\frac{1}{2} + x$, $\frac{1}{2} + y$, $\frac{1}{2} + z$; $\frac{1}{2} - x$, $\frac{1}{2} - y$, $\frac{1}{2} - z$, то

$$F=2i\left[\cos 2\pi \left(hx+ky+lz\right)+\cos 2\pi \left(hx+ky+lz+\frac{h+k+l}{2}\right)\right].$$

При любых hkl оба косинуса будут иметь одинаковую величину; но если h+k+l=2n-1, то знаки косинусов будут противоположными и F=0, а при h+k+l=2n:

$$F = 4f \cos 2\pi (hx + ky + lz).$$

Этот пример показывает, что при наличии трансляции на 1/2объемной диагонали на рентгенограмме будут присутствовать только линии с h+k+l=2n. Плоскости скользящего отражения и винтовые оси также содержат в себе трансляции на 1/2 или иные доли периодов ячейки. Однако такие простые соотношения между координатами атомов, как у центрированных ячеек, в этом случае наблюдаются только для отдельных групп индексов. Это приводит к закономерному отсутствию линий с определенными сочетаниями индексов—«погасаниям». При индицировании дебаеграмм необходимо учитывать запреты, характерные для той пространственной группы, в которой кристаллизуется данное соединение.

Интенсивность линий на рентгенограммах зависит также от температуры съемки. Тепловые колебания атомов около идеальных позиций вызывают уменьшение интенсивности. Для учета этого в формулу интенсивности вводится тепловой множитель e^{-2M} ; *М* зависит от среднего значения квадрата отклоиений атомов от их идеальных положений в решетке $\overline{u_s}^2$ в направлении иормали к плоскости отражения:

$$M = 8\pi^2 \overline{u}_s^2 - \frac{\sin^4 \theta}{\lambda^2}.$$
 (47)

Если смещения *и* считать нзотропными, то $\bar{u}_s^2 = \frac{1}{3} \bar{u}^2$, и тогда

$$M=\frac{8}{3}\pi^2\overline{u}^2-\frac{\sin^2\theta}{\lambda^2}$$

Тепловой множитель может быть объединен или со структурной амплитудой, и тогда вместо F_{hhl} берутся величины $F_{hhl}e^{-M}$ (т. е. для всех атомов величины \bar{u}^2 принимаются одннаковыми), или с атомным множителем рассеяния f_1e^{-M} , что позволяет учесть

разницу в тепловых колебаниях атомов разного сорта (для каждого сорта атомов берется свое значение u_i^2). С учетом теплового множнтеля формула интенсивности рассеяния приобретает вид

$$\frac{1}{I_0} = k P L G_p |F|^2 e^{-2M} A.$$
 (48)

§ 2. ВЛИЯНИЕ ТЕКСТУРЫ НА ИНТЕНСИВНОСТЬ

Приготовление образцов часто сопровождается появлением преимущественной ориентации кристаллитов - текстуры. На дебаеграммах это выражается в неравномерном распределении почернения вдоль линии (разном для линий с разными индексами), а при съемке на дифрактометре - к сильному искажению интенсивности линий. При съемке металлов и сплавов в основном приходится считаться с текстурой, вызванной механической обработкой (прокаткой, волочением и т. д.). Причиной текстуры при съемке неметаллических объектов обычно является наличие спайности, параллельной некоторым плоскостям решетки. Особенно резко это проявляется у веществ со слоистой структурой. При растирании таких кристаллов образуются преимущественно пластинчатые кристаллики, которые в процессе приготовления образца для съемки орнентируются большей частью параллельно плоскости образца. Относительные интенсивности линий при съемке текстурированного образца могут нскажаться в десятки раз и больше. Для устранения текстуры к исследуемому образцу подмешивают аморфное вещество, частицы которого не имеют правильной формы, например крахмал.

Когда образец приготовляется набивкой капилляра, то пластинки располагаются параллельно стенкам капилляра. При таком расположении иластинок резко усиливаются линии от плоскостей, цараллельных цоверхности пластинок или расположенных под небольшим углом к ней.

Если кристаллиты имеют форму иголочек (например, ось *z* — ось иголочки), то усиливается интенсивность линий от плоскостей, параллельных оси иголочки (в данном случае *hk*0).

Таким образом, в обоих случаях можно иногда выделить группы линий с индексами одинакового типа (00*l*, 0*k*0, *h*00, *hk*0, 0*kl*, *h*0*l*), что облегчает индицирование дебаеграмм.

Одиако следует иметь в виду, что плоскости спайности ииогда не параллельны координатным плоскостям и могут иметь сложные индексы.

За небольшими исключениями, текстура обычно не мешает качественному фазовому анализу, но ее влияние на интенсивность обязательно должно быть учтено при количественном анализе. В смесях текстура наблюдается реже (из-за различной огранки кристаллитов, присутствующих в смесях веществ).

§ 3. КОЛИЧЕСТВЕННЫЙ ФАЗОВЫЙ АНАЛИЗ

Для количественного фазового анализа необходимо возможно более точное определение интенсивностей, и наиболее удовлетворительные результаты получаются при использовании дифрактометра.

Фотографический метод (даже при использовании камеры Гинье и фотометрировании) дает менее точные результаты, хотя чувствительность его (при использовании камеры-монохроматора) может быть выше.

При съемке плоского образца в дифрактометре

$$\frac{l}{l_0} = \frac{e^4 \lambda^3}{m^2 c^4} \cdot \frac{l}{32 \pi R} \cdot \frac{N^2}{2\mu} PLG p |F|^2.$$

Для смеси веществ интенсивность линии пропорциональна также объемной доле данного компонента. Если известны структуры всех компонентов смеси, то величины $p|F|^2$ могут быть вычислены, угловой множитель *PLG* зависит только от угла θ и возможно определение концентраций компонентов смеси с использованием только дифрактограммы смеси (если известно отношение V_A/V_B). Обозначим через I_A и I_B интенсивности диффракционных лииий веществ A и B, образующих смесь, c_A и c_B —их объемные коицентрации ($c_A + c_B = 1$), N_A и N_B —число элементарных лчеек на едииицу объема, μ —линейные коэффициенты поглощения (для монокристальных образцов). Тогда

$$\frac{I_A}{I_B} = \frac{c_A}{c_B} \cdot \frac{(PLG \ p \ | \ F \ |^2)_A}{(PLG \ p \ | \ F \ |^2)_B} \cdot \frac{N_A^2}{N_B^2} \,. \tag{49}$$

Отношенне N_A^2/N_B^2 легко рассчитать, зная параметры решетки, так как оно связано с объемами элементарных ячеек V_A и V_B :

$$N_A^2/N_B^2 = V_B^2/\overline{V}_A^2.$$

Таким образом:

$$\frac{c_A}{c_B} = \frac{I_A}{I_B} \mathbf{k}, \quad \mathbf{k} = \frac{(PLG \ p \ | \ F \ |^2)_B}{(PLG \ p \ | \ F \ |^2)_A} \cdot \frac{V_A^2}{V_B^2}$$
(50)

или для весовых концентраций

$$\frac{m_A}{m_B} = \mathbf{k} \frac{I_A}{I_B} \cdot \frac{\rho_B}{\rho_A} = \mathbf{k}' \frac{I_A}{I_B}.$$
 (51)

Такой расчет содержит ряд трудно устранимых неточностей: погрешности в определении координат атомов, расчеты отношения V_A/V_B , если они неизвестны (например, для фаз переменного состава), и т. д. Эти ошибки суммируются с ошибками в определении интенсивностей. Такая методика количественного фазового анализа имеет поэтому ограниченное применение.

Обычно же используется метод внутреннего стандарта. В этом случае сравниваются два образца, один из которых содержит известное количество определяемой фазы A. К обоим образцам подмешивается выбранный для сравнения кристаллический порошок C, дифракционные линии которого (или часть их) не совпадают с линиями остальных компонентов смеси (особенно A). Используются соотношения

$$\frac{m_A}{m_C} = \mathbf{k} \cdot \frac{I_A}{I_C}; \quad \frac{m_A}{m_C} = \mathbf{k} \cdot \frac{I_A}{I_C}.$$

Если концентрации m_A , m_C и m'_C известны, то нетрудно рассчитать m'_A . В качестве подмешиваемого вещества C может быть использован один из компонентов смеси. В этом случае к смеси добавляют известное количество одного из определяемых компонентов (обычно присутствующего в меньшем количестве). Съемка на дифрактометре удобна еще и тем, что в этом случае значительио сокращается время эксперимента — записывается не вся дифрактограмма, а только небольшая часть ее, содержащая линии определяемых веществ. Удобно сравнивать линии примерно равной интеисивности. Поэтому при анализе смеси двух компонентов A и B, из которых A присутствует в количестве нескольких процентов, сравниваются интенсивности самой яркой линии A и слабой линии B.

Для получения надежных результатов необходимо учитывать влияние зернистости порошка, в особенности когда у компонентов заметно различаются коэффициенты поглощения. В этом случае использование крупиозернистых образцов (с размером зерна больше 0,5-1 микрона) вносит дополнительную ошибку (уменьшается относительная интенсивность линий сильнопоглощающего вещества). Довольно часто встречается случай, когда частицы одного из компонентов обволакивают частицы второго, что приводит к резкому уменьшению интенсивностей линий второй фазы (так, частицы металла в керметах часто обволакиваются окисными фазами). Поэтому при проведении количественного анализа необходимо предварительно отработать методику приготовления образцов на стандартных смесях. Второй источник ошибок — преимущественная ориентация кристаллитов в образце. Для устранения этой ошибки или существенного уменьшения ее к образцу добавляют 30-50% какого-либо аморфного вещества, например крахмала. В случае применения внутреннего стандарта источником ошибки может быть и неравномерное распределение стандарта в смеси.

В качестве примера рассмотрим количественное определение примеси графита в карбиде бора. Содержание графита в смеси было невелико, поэтому для сравнения следовало использовать

5 Л. М. Ковба, В. К. Трунов

132

133

самую яркую линию графита (002) и одну из сравнительно слабых линий карбида бора (101). Для исходного образца

$$\frac{m_A}{m_B} = \mathbf{k} \frac{I_A}{I_B},\tag{51}$$

где m_A — содержание графита, m_B — содержание карбида бора, I_A и I_B — иитенсивности линий графита (002) и карбида бора (101). После добавления известного количества (n_A) графита

 $\frac{m_A + n_A}{m_B} = k \frac{I'_A}{I'_B}$

отсюда

$$\frac{I'_{A}}{I'_{B}}:\frac{I_{A}}{I_{B}}=\frac{m_{A}+n_{A}}{m_{B}}:\frac{m_{A}}{m_{B}}=1+\frac{n_{A}}{m_{A}}.$$



Рис. 44. Зависимость отношения интенсивностей линий графита I_A (002) и карбида бора I_B (101) от содержания графита

Для графического определения строится прямая, соответствующая зависимости I_A/I_B от n_A ; отрезок. отсекаемый на оси абсцисс, равен та. В рассматриваемом случае определялось содержание графита в образцах № 1, 2 и 3, графит добавлялся к образцу № 3 (количество графита дано в % от навески образца № 3). В таблице 37 приведены значения отношення интенсивностей для образцов № 1, 2, 3 и смесей образца. № 3 с 1, 2 и 5% графита.

Таблица

37

Определение примеси графита в карбиде бора

Образец	N9 1	№ 2	№ 3	№ 3 + 1% C	№ 3 +2% C	№ 3-+5% C
I _A /I _B	0,13 ₅ 0,30	0,18 0,40	0,17 0,37	0,65 	1,01	2,65

На рис. 44 показана графическая зависимость I_A/I_B от n_A . Из графика находим, что содержание графита в образце \mathbb{N} 3 равно 0,37%.

Если принять точку пересечения прямой $I_A/I_B = f(n_A)$ с осью абсцисс за начало координат, то по тому же графику находим,

что содержание графита в образцах № 1 и 2 равно 0,30 и 0,40% соответственно.

Влиянием текстуры на интенсивность линии графита (002) в данном случае можно пренебречь ввиду малого содержания графита.

Возможны и иные способы определения содержания графита. Например, составляют смеси исследуемых образцов с эталоном и графита с эталоном (в последнем случае обращают особое внимание на устранение текстуры), а затем рассчитывают содержание графита по уравнению (51). Этот же метод применяется и при определении содержання примеси крпсталлнческой фазы в аморфной или в случае смеси трех и более веществ.

ЛИТЕРАТУРА

- Порай-Кошиц М. А. Практический курс рентгеноструктурного анализа, т. П. Изд-во МГУ, 1960.
- 2. Гинье А. Рентгенография кристаллов, гл. 9. М., ИЛ, 1961.
- 3. Азаров Л., Бургер М. Метод порошка в рентгенографии, гл. 13. М., ИЛ., 1961.
- 4. Хейкер Д. М., Зевин Л. С. Рентгеновская дифрактометрия, гл. 2, 3. М., Физматгиз, 1963.
- 5. Миркин Л. И. Справочник по рентгеноструктурному анализу поликристаллов. М., Физматгиз, 1961.
- 6. Видавский Л. М., Решетов К. В., Ковальчук В. Ю., Ковба Л. М. ЖНХ, 11, 929, 1966.
- 7. Липсон Г., Стипл Г. Интерпретация порошковых рентгенограмм. М., «Мир», 1972.